Capitolul I. Construcţii fundamentale cu rigla şi compasul

Dintre toate problemele de geometrie, problemele de construcţii geometrice sunt acelea care stimulează în gradul cel mai înalt spiritul de observaţie, de claritate şi de logică.
Problemele de construcţii cu rigla şi compasul exercită spiritul în direcţia creatoare, inventivă folosind materialul teoretic învăţat.

Manualele de geometrie conţin un număr mic de aplicaţii la acest capitol, fapt pentru care elevii trec cu uşurinţă peste aceste probleme, iar la diferitele concursuri şi olimpiade şcolare întâmpină greutăţi în rezolvarea problemelor de acest gen.

Etape de rezolvare

În general, în cadrul unei probleme de construcţie, se evidenţiază patru etape, iar conţinutul lor îl voi descrie succesiv după cum urmează:

I. *Analiza* - începe de obicei prin fraza „presupune problema rezolvată”. În cadrul acestei etape, pe o figură de obicei aproximativă considerăm simultan datele (elementele lui D) şi necunoscutele (aparţinând lui X). Se adaugă figurii elemente noi (construcţii ajutătoare) caracterizate prin proprietăţile lor referitoare la elementele din D∪X, alcătuind o mulţime A. Se pun apoi în evidenţă proprietăţi definitorii ale elementelor din A, ce folosesc doar elemente din D şi proprietăţi definitorii pentru elementele lui X, formulate cu ajutorul elementelor din D şi A.

II. *Construcţia sau sinteza* exprimă succesiuni de utilizări ale elementelor permise pentru a trasa elementele din A şi apoi din X. Această etapă constituie în fond „o reţetă de fabricare” a elementelor din X. Uneori se manifestă tendinţa de a da numai această etapă în problemele de construcţie, ceea ce este greşit, deoarece geometria contemporană nu rezidă în reţete.

III. *Demonstraţia sau justificarea* conţine argumentarea faptului că elementele construite satisfac proprietăţile enunţate; prin intermediul acestei etape problemele de construcţie îşi justifică încadrarea în probleme de geometrie şi nu de desen liniar.

IV. *Discuţia* pune în evidenţă condiţii asupra datelor problemei pentru ca să existe soluţii şi o estimare a numărului de soluţii. În cadrul acestei etape sunt justificate şi generalizări sau analogii ale problemei. În general, discuţia este conturată prin analiza critică a fiecărei operaţii descrise în etapa de construcţie.

1. Instrumente utilizate în construcţiile geometrice

Cele mai importante instrumente utilizate pentru construcţiile geometrice sunt:

1.1 Rigla cu o singură muchie;

1.2 Compasul;

1.3 Rigla cu două muchii;

1.4 Echerul;

Aceste instrumente se folosesc fie individual fie în diferite combinaţii.

1.1 Rigla

Cu rigla se pot efectua următoarele construcţii geometrice:

- ✓ construirea unui segment care uneşte două puncte construite;
- ✓ construirea unei drepte care trece prin doua puncte construite;
- ✓ construirea unei semidrepte care pleacă dintr-un punct construit şi trece printr-un alt punct construit.

1.2 Compasul

Cu compasul se pot realiza următoarele construcţii geometrice:

- ✓ construirea unui cerc, dacă este construit centrul său şi un segment de lungime egală cu raza cercului (sau, cel puţin, capetele acestui segment);
- ✓ construirea oricăruia dintre cele două arce de cerc complementare, dacă este construit centrul cercului, precum şi capetele comune ale arcelor.

1.3 Rigla cu 2 muchii

Cu rigla cu 2 muchii se pot efectua următoarele construcţii geometrice:

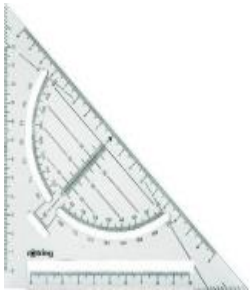
- ✓ orice construcţie care se poate realiza cu rigla simplă;
- ✓ în fiecare din cele două semiplane determinate de o dreaptă construită în planul fundamental, se poate construi câte o dreaptă situată la distanţa h de aceasta;

- ✓ dacă sunt construite două puncte A şi B, atunci se poate stabili dacă distanţa AB este sau nu mai mare decât înălţimea h a riglei, iar dacă AB > h, atunci se pot construi două perechi de drepte paralele care trec prin punctele A, respectiv B şi sunt situate una faţă de cealaltă, la distanţă h.

1.4 Echerul

Echerul permite:

- ✓ realizarea tuturor construcţiilor menţionate în axioma dreptei;



- ✓ construirea unei drepte care trece printr-un punct dat şi este perpendiculară pe o dreaptă construită;
- ✓ dacă sunt construite un segment AB şi o figură α, atunci se poate stabili dacă figura α conţine sau nu puncte din care segmentul AB se vede sub un unghi drept, iar dacă astfel de puncte există, se poate construi unul dintre ele.

2. Construcţii geometrice fundamentale

În problemele de construcţii geometrice este permisă, în general, utilizarea a două instrumente: rigla şi compasul. Aceste instrumente sunt considerate ca fiind ideale; ele trasează dreptele şi cercurile exact, grosimea liniei de creion şi orice alte aproximări nefiind luate în considerare. Rigla este presupusă ca fiind infinită, fără gradatţii pe ea. Ea poate fi folosită pentru a trasa dreapta ce trece prin două puncte date (în sensul determinării oricărui punct al acesteia). Nu o putem utiliza pentru a măsura distanţe între puncte. Date O, P două puncte în plan, compasul poate fi utilizat pentru a trasa cercul de centru O şi care trece prin P (în sensul determinării oricărui punct al acestuia).

Compasul este considerat ca fiind nerigid: odată ce l-am ridicat de pe hârtie, el se închide, altfel spus nu putem ”transporta” distanţa cuprinsă între vârfurile sale. În orice problemă de construcţii geometrice, se porneşte de la o mulţime dată S de puncte ale planului.

Definiţie: Se numeşte *construcţie geometrică* construcţia efectuată cu ajutorul riglei şi a compasului.

Enumerăm construcţiile fundamentale corespunzătoare celei mai comune selecţii de instrumente: rigla şi compasul.

- Perpendiculara dusă printr-un punct pe o dreaptă;
- Paralela la o dreaptă;
- Mijlocul unui segment;
- Mediatoarea unui segment;
- Punct care împarte un segment într-un raport dat;
- Linii importante în triunghi (Mediana, Mediatoarea, Înălţimea, Bisectoarea);

2.1 Paralela la o dreaptă printr-un punct exterior dreptei

***Definiţie*:** Două drepte într-un plan care nu se pot intersecta se numesc drepte paralele

1. Fie A un punct exterior dreptei BC
2. Din A se face o deschizătură a compasului mai mare ca distanţa de la A la *BC* (raza R). Construim un cerc *C1(A,R)* care intersectează *BC* în punctele E, respectiv F.
3. Din E ca centru construim cercul *C2(E,R)* având aceeaşi rază ca C1.
4. Din A ca centru construim cercul *C3(A,R1)*, de rază R1=EF.
5. Fie I unul din punctele de intersecţie ale cercurilor C2 şi C3. Construim dreapta AI
6. *AI* este paralela cu *BC*, *AI* || *BC*

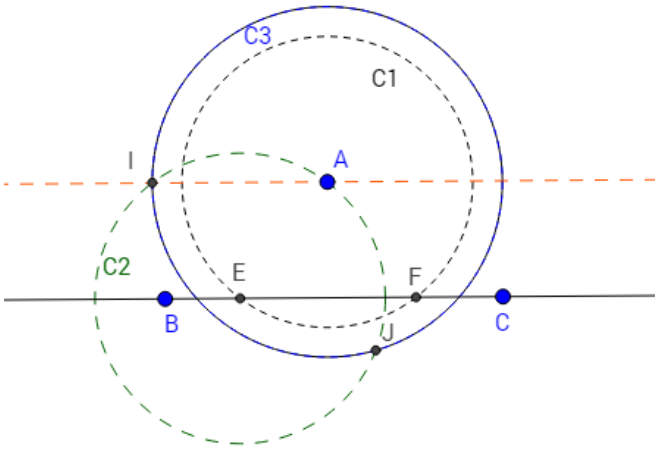


Figura 1

2.2 Mediatoarea unui segment

***Definiţie*: Mediatoarea** unui segment este dreapta perpendiculară pe segment în mijlocul său.
Proprietate: Un punct aparţine mediatoarei unui segment dacă şi numai dacă are distanţe egale faţă de extremităţile segmentului.

Teoremă: Într-un triunghi mediatoarele celor trei laturi sunt concurente, iar punctul de intersecţie se numeşe **centrul cercului circumscris** triunghiului şi se notează „**O**”.

1. Se desenează cu ajutorul riglei segmentul şi se notează *[*AB*]*.
2. Se face o deschizătură a compasului mai mare ca jumătatea segmentului.
3. Se fixează vârful compasului în A şi se trasează cerc *C1(A,R)*, R=AC=BD.
4. Se fixează vârful compasului în B şi se trasează cerc *C2(B,R)*,
5. Se notează cu X şi Y punctele de la intersecţia arcelor de cerc create la punctele 3 şi 4
6. Dreapta *XY* este mediatoarea segmentului *[*AB*]*.
   (Figura 2)

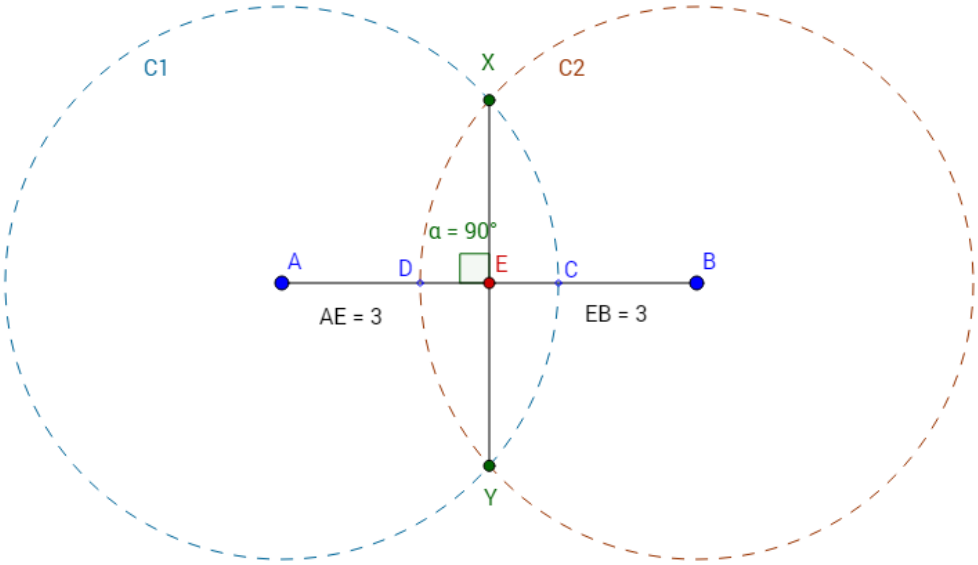


Figura 2.

Demonstraţia: punctele X şi Y sunt egal depărtate de A şi B, deci aparţin mediatoarei segmentului *[*AB*]*, iar două puncte distincte determină o dreaptă.

Observaţie: această construcţie se foloseşte şi la:

a) aflarea mijlocului unui segment care este dat de intersecţia mediatoarei cu segmentul (punctul E)
b) Construcţia perpendicularei dusă dintr-un punct exterior pe o dreaptă
c) construcţia unui cerc de diametru dat
d) construcţia cerului circumscris unui triunghi (centrul cercului fiind dat de punctul de intersecţie a mediatoarelor laturilor triunghiului.
e) împărţirea unui segment în 2^n segmente congruente.

2.3 Bisectoarea unui unghi dat

Definiţie: **Bisectoarea** unui unghi este semidreapta cu originea în vârful unghiului, care împarte acest unghi în alte două unghiuri de măsuri egale.

*Demonstraţie**:** (Figura 3)*

1. Fie $\sphericalangle BAC$ unghiul dat.
2. Din vârful A al unghiului, ca centru, şi ca o rază arbitrară, ducem un cerc care intersectează semidreptele *AB*, respectiv *AC* în E, respectiv F.
3. Din E şi F, ca centre, cu o rază arbitrară ducem câte un cerc (raza fiind aceeaşi pentru ambele cercuri)
4. Fie I punctul din interiorul unghiului în care se intersectează cele două cercuri
5. Atunci *AI* este bisecoarea unghiului $\sphericalangle BAC$

Observaţie: În geometria triunghiului, punctul de intersecţie al bisectoarelor se numeşte Centrul cercului înscris şi se notează cu I.

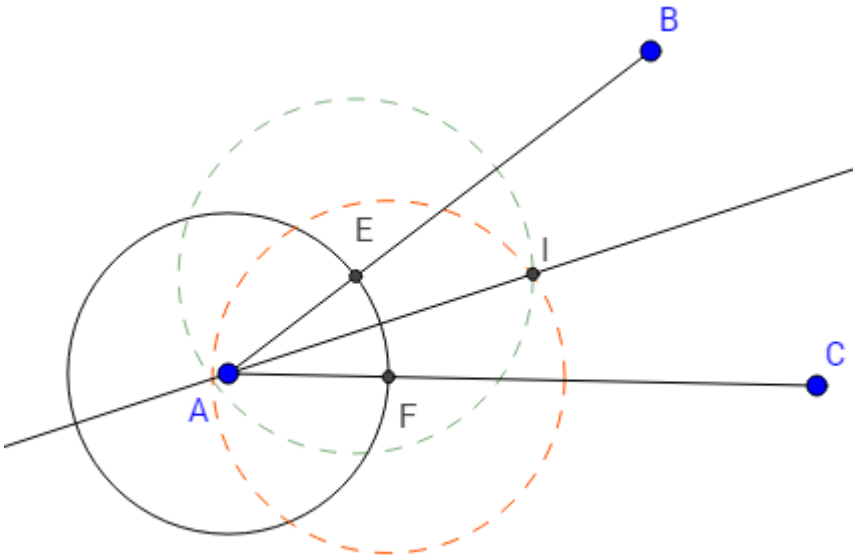


Figura 3

2.4 Triunghiul

Definiţie: Fiind date trei puncte distincte necoliniare, figura geometrică dată de reuniunea segmentelor închise determinate de ele se numește **triunghi** și este una dintre formele poligonale fundamentale ale geometriei.

Elemente ale triunghiului:

- punctele *A, B, C* se numesc vârfurile triunghiului.
- *[AB], [BC], [AC]* se numesc laturile triunghiului.
- $\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle BAC$, $\sphericalangle BCA$ se numesc unghiurile (interne) triunghiului.

Clasificarea triunghiurilor:

- În funcție de lungimile laturilor
  - Un triunghi cu toate laturile congruente se numește *triunghi echilateral*
  - Un triunghi cu două laturi congruente se numește *triunghi isoscel*.
  - Un triunghi care are laturile de lungimi diferite se numește *triunghi scalen* (sau *oarecare*).
- După felul unghiurilor
  - Triunghiul cu toate unghiurile ascuțite este numit *triunghi ascuțitunghic*.
  - Dacă unul dintre unghiuri este drept, triunghiul este denumit *dreptunghic*.
  - Triunghiul cu un unghi mai mare de 90^0 se numește *triunghi obtuzunghic*.

Construcţia triunghiurilor:

Triunghiul este definit de măsurile celor trei unghiuri şi lungimile celor trei laturi.

Cazurile de construcție a triunghiurilor oferă reguli de construcție a unui anumit triunghi pentru care se cunosc trei dintre elementele sale.

Un triunghi se poate construi în:

- Cazul L.U.L, dacă se cunosc lungimile a două laturi și măsura unghiului format de ele
- Cazul U.L.U, dacă se cunosc o latură și unghiurile alăturate ei
- Cazul L.L.L., dacă se cunosc lungimile celor trei laturi

3.1 Demonstraţie: (Figura 4)

Fie BC=a, AB=c şi AC=b laturile triunghiului ABC

1. Construim un segment având lungimea lugimea uneia dintre laturile triunghiului, latura BC= ***a.***
2. Se plasează vârful compasului în punctul B şi se desenează cercul *C1(B, c)*
3. Se plasează vârful compasului în punctul C şi se desenează cercul *C2(C, b)*
4. Prin intersecţia celor două cercuri se obţin punctele A respectiv A1
5. Se unesc punctele A, B, C şi obţinem triunghiul ABC

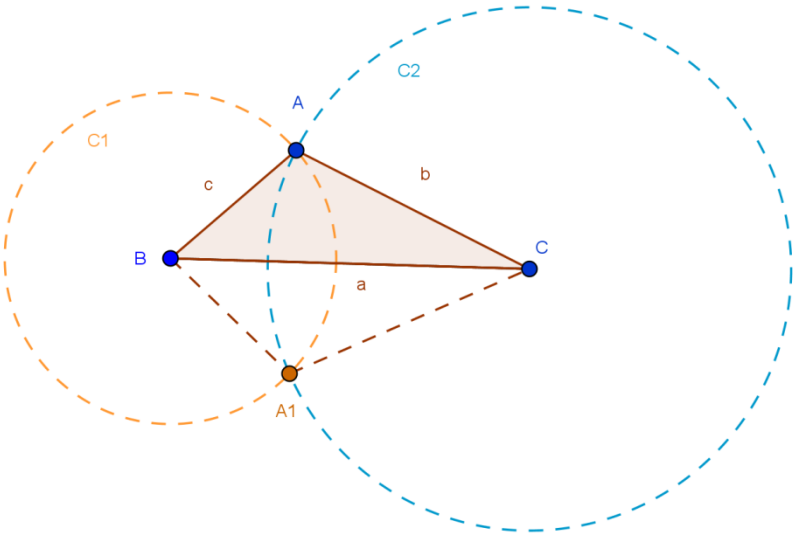


Figura 4

2.5 Construcţia triunghiului echilateral

Triunghiul echilateral se construieşte folosind rigla şi compasul astfel:

- Se desenează un cerc *C1* de rază *r*,
- Se plasează vârful compasului într-un punct de pe cerc A şi se desenează un cerc, *C2* de aceeaşi rază.
- Cele două cercuri se intersectează în două puncte C respectiv D. Prin unirea celor două centre ale cercurilor cu unul din punctele de intersecţie se obţine un triunghi echilateral, triunghiul Δ *ABD* sau triunghiul Δ *ABC*

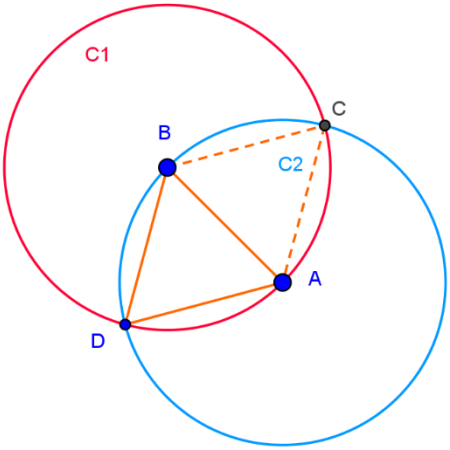


Figura 5

2.6 Linii importante în triunghi

- ***Mediana*** este segmentul care uneşte vârful unui triunghi cu mijlocul laturii opuse acesteia.

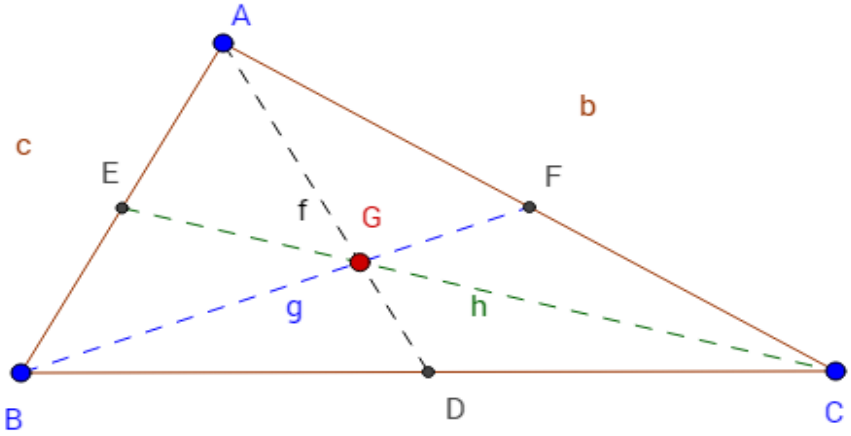


Figura 6

Fie Δ ABC. Punctele D, E şi F reprezintă mijlocul laturilor BC, AB respectiv AC. Atunci AD, BF respectiv CE sunt medianele triunghiului Δ ABC

Observaţie: Medianele într-un triunghi sunt concurente (au un punct comun). Intersecţia acestora se notează cu G şi se numeşte centrul de greutate. Acesta se află la două treimi de vârful triunghiului şi la o treime de latura opusă unghiului.

Demonstraţie: *(Figura 6)*

Teorema lui Menelaus aplicată triunghiului ADC şi transversalei B − G − F ne dă:

$$\frac{BD}{BC}\cdot\frac{FC}{FA}\cdot\frac{GA}{GD}=1 \Rightarrow \frac{GA}{GD}\cdot\frac{BC}{BD}=2 \Rightarrow GA=2GD \Rightarrow GA=\frac{2}{3}AD, si\ GD=\frac{1}{3}AD$$

- ***Bisectoarea*** unghiului unui triunghi este segmentul cu o extremitate în vârful triunghiului şi ea împarte unghiul în două unghiuri adiacente congruente.

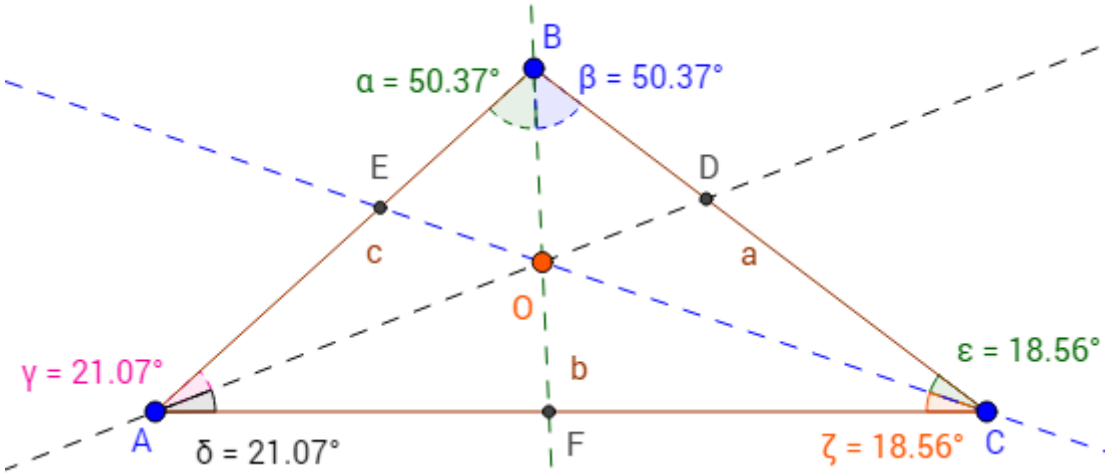


Figura 7

- Bisectoarea unghiului ∢*ABC* este [BF], *m(∢ABF)*=α, *m(∢CBF)=β* , α= β

- Bisectoarea unghiului ∢*BAC* este [AD], *m(∢BAD)*=γ, *m(∢CAD)=δ*, γ= δ

- Bisectoarea unghiului ∢*ACB* este [CE], *m(∢BCE)*= ε, *m(∢ACE)=ζ*, ε= ζ,

Propoziţie: Într-un triunghi, bisectoarele sunt concurente, conform reciprocei teoremei lui Ceva, în centrul cercului înscris triunghiului; [AF]∩[BE]∩[CD]={O}, O este centrul cercului înscris în ΔABC.

Demonstraţie: (*Figura 8*)

Fie triunghiul ABC şi A' B' C' picioarele bisectoarelor unghiurilor A,B,C, iar I = BB' ∪ CC'. Fie C_a, C_b, C_c proiecţiile punctului I pe laturile BC, CA, AB. Din congruenţa triunghiurilor BC_aI cu BC_cI, respectiv CC_aI cu CC_bI rezultă că $C_aI \equiv C_cI$ şi $C_aI \equiv C_bI$, de unde rezultă $C_cI \equiv C_bI$, adică punctul I aparţine şi bisectoarei AA'.

Deoarece punctul I de concurenţă se află la distanţă egală faţă de laturile triunghiului ΔABC, el este centrul unui cerc tangent interior laturilor triunghiului.

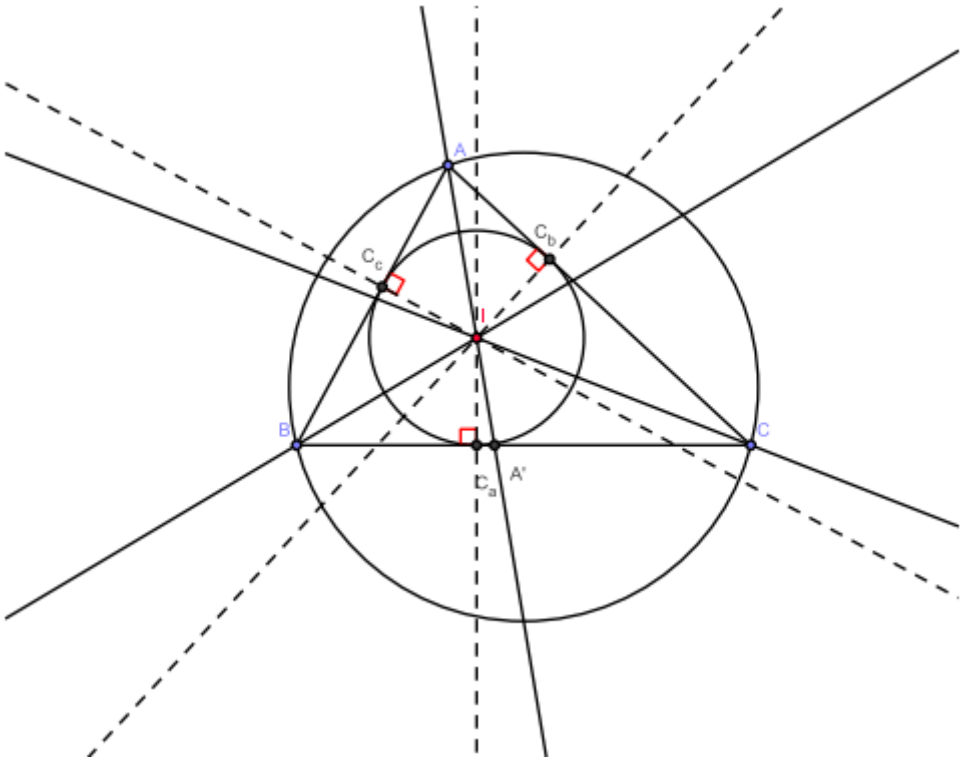


Figura 8

Propoziţie: Triunghiul Δ CaCbCc ale cărui vârfuri sunt punctele de tangenţă dintre laturile triunghiului şi cercul înscris se numeşte *triunghiul de contact* (triunghiul lui Gergonne) al triunghiului Δ ABC.

Propoziţie: Distanţele de la centrul cercului înscris într-un triunghi la laturile triunghiului sunt egale cu raza cercului înscris în acest triunghi.

Propoziţie: Distanţele de la centrul cercului înscris într-un triunghi la vârfurile triunghiului sunt egale cu: $\frac{r}{sin\frac{A}{2}}, \frac{r}{sin\frac{B}{2}}, \frac{r}{sin\frac{C}{2}}$, unde r este raza cercului înscris în triunghiul Δ ABC.

Demonstraţie: *(Figura 8)*

Din triunghiul AICc rezultă $sin\frac{A}{2} = \frac{r}{AI}$ ⇒ AI = $\frac{r}{sin\frac{A}{2}}$. Analog BI = $\frac{r}{sin\frac{B}{2}}$, CI = $\frac{r}{sin\frac{C}{2}}$

Propoziţie: Dacă $C_aC_bC_c$ este triunghiul de contact al triunghiului ABC atunci $AC_b = AC_c = p-a$, $BC_a = BC_c = p-b$, $CC_a = CC_b = p-c$, unde a, b, c sunt lungimile laturilor BC, AC, BA, iar p este semiperimetrul triunghiului ABC, $p = \frac{a+b+c}{2}$. (*Figura 9)*

Demonstraţie:

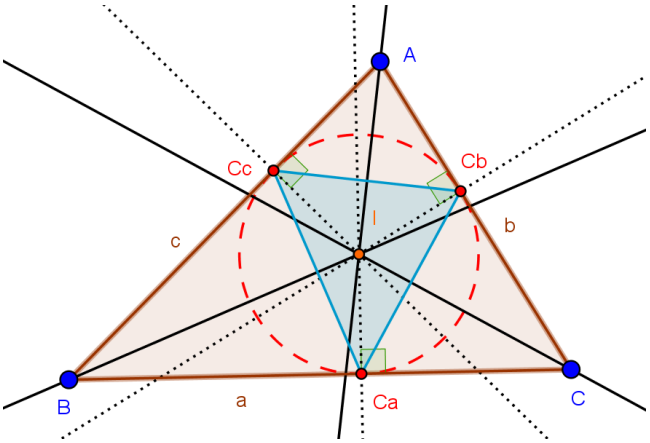


Figura 9

Fie $AC_b = x = AC_c$, $BC_a = y = BC_c$, $CC_a = z = CC_b$, de unde rezultă că: $2(x + y + z) = a + b + c = 2p$, deci $p = x + y + z$. Cum $y + z = a$, $z + x = b$ rezultă $x = p - a$, $y = p - b$, $z = p - c$.

- ***Mediatoarea*** unui segment este dreapta perpendiculară pe segment în mijlocul său.

Mediatoarea poate fi definită și ca fiind locul geometric al punctelor (dintr-un plan ce conține segmentul respectiv) egal depărtate de extremitățile segmentului. Cele trei mediatoare ale laturilor unui triunghi sunt concurente într-un punct care este centrul cercului circumscris triunghiului.

Demonstraţie: Fie O punctul de intersecție al mediatoarelor segmentelor AB și BC. Din definiția mediatoarei, rezultă că |OA|=|OB|=|OC| ceea ce înseamnă că O aparține mediatoarei segmentului AC. *[BD]=[DC], [CE]=[EA], [AF]=[FB]*

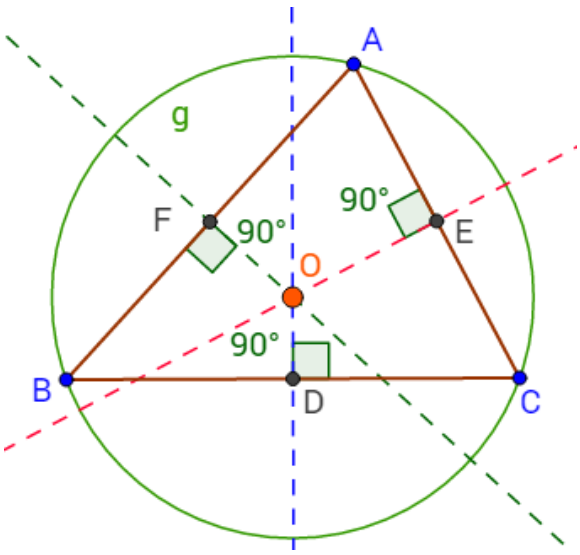
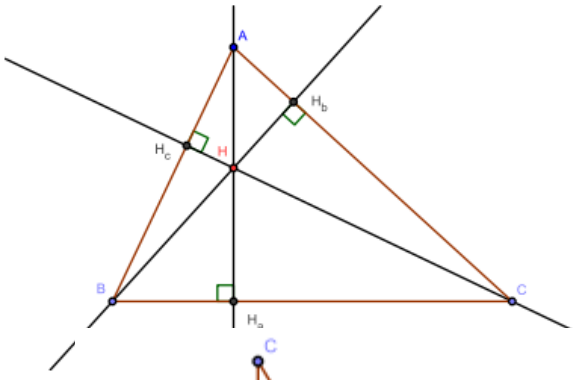


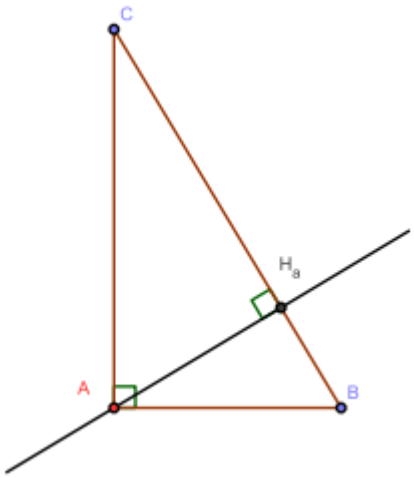
Figura 10

- ***Înălțimea*** unui triunghi reprezintă segmentul determinat de un vârf al triunghiului şi piciorul perpendicularei din acel vârf pe dreapta ce conţine latura opusă vârfului.

Cele trei înălțimi ale unui triunghi sunt concurente. Punctul lor de intersecție, H, se numește ortocentru. Triunghiul având ca vârfuri picioarele înălțimilor se numește triunghi ortic.

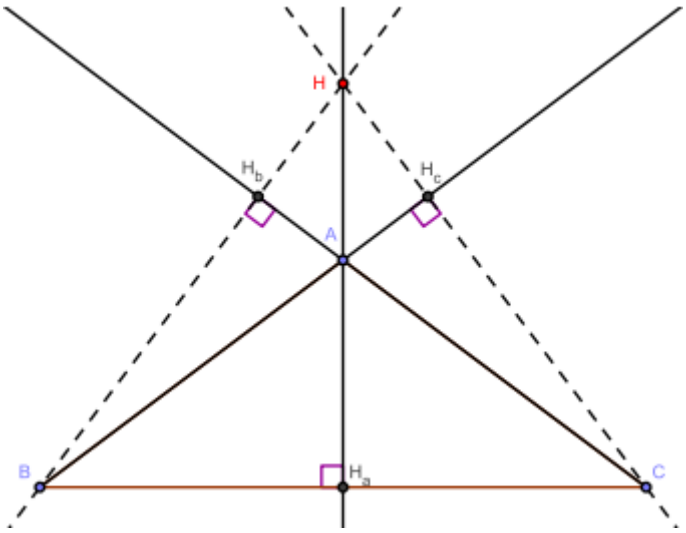


- Dacă triunghiul ABC este ascuţitunghic, ortocentrul se află în interiorul triughiului.



- Dacă triunghiul Δ ABC este dreptunghic, ortocentrul triughiului este punctul A.

- Dacă triunghiul Δ ABC este obtuzunghic, ortocentrul se află în exteriorul triughiului Δ ABC



Construcţia înălţimilor într-un triunghi:

Fie triunghiul Δ ABC.

1. Fixăm compasul în punctul B, iar deschizătura egală cu distanţa *[AB]*
2. Construim cercul *C1(B, AB).* Fixăm compasul în punctul C, iar deschizătura egală cu distanţa *[AC]*
3. Construim cercul *C2(C,AC)* astfel încât C1 ∩ C2 ={A, N}
4. Dacă unim punctul A cu al doilea punct de intersecţie al celor două cercuri N, obţinem dreapta AN. Prin intersecţia dreptelor *AN ∩ BC* oţinem punctul D. AD înălţimea triunghiului Δ ABC dusă din A pe BC.

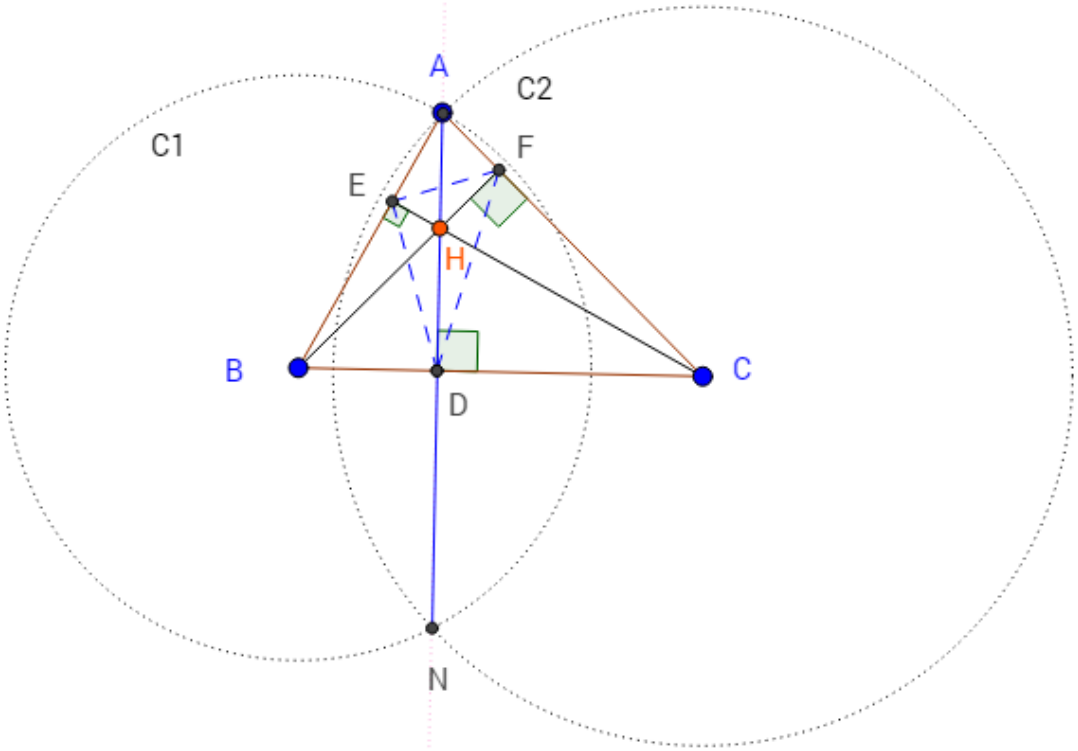


Figura 11

Analog se construiesc şi celelalte două înălţimi BF respectiv CE.

Propoziţie: În triunghiul Δ ABC, fie D, F, E picioarele înălţimilor duse din vârfurile A, B, respectiv C pe laturile triunghiului ABC. Triunghiul Δ DFE se numeşte triunghiul *ortic* al triunghiului Δ ABC

Propoziţie: Triunghiul *ortic* este triunghiul cevian al triunghiului Δ ABC corespunzător ortocentrului.

Propoziţie: Triunghiul *podar* este triunghiul format de proiecţiile ortogonale ale unui punct pe BC, CA, AB.

Exemplu: (Figura 12)

M este un punct oarecare în planul unui triunghi ABC, iar A_1, B_1, C_1 sunt proiecţiile lui M pe dreptele BC, AC, AB. Triunghiul $A_1B_1C_1$ se numeşte triunghiul podar al punctului M.

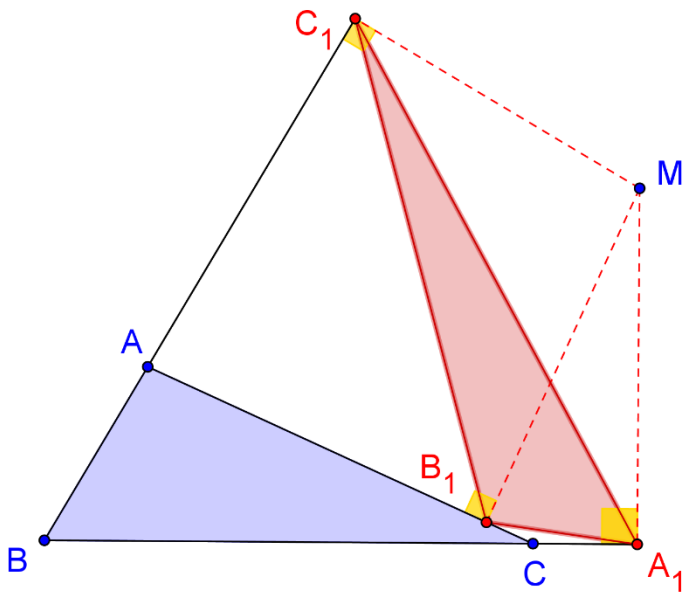


Figura 12

Propoziţie: Triunghiul ortic este triunghiul *podar* al ortocentrului triunghiului Δ ABC în raport cu triunghiul Δ ABC.

Propoziţie: (*Figura 11*). Triunghiurile ΔAFE, ΔDBE, ΔFDC sunt asemenea cu triunghiul Δ ABC

Propoziţie: Cercul circumscris triunghiului ortic al unui Δ ABC este centrul lui Euler.

Capitolul II. Construcţii cu geogebra

În societatea actuală calculatorul este indispensabil în aproape toate domeniile de activitate. Sistemul de învățământ din ce în ce mai mult utilizează folosirea tehnicii moderne în predarea asistată de calculator, integrarea noilor tehnologii la aproape toate materiile de învățământ, elevii ajungând să fie mult mai interesaţi de diferite materii atunci când li se explică mai ușor, repede și pe înțelesul lor, prin intermediul tehnologiei, aceasta fiind și o atracție a lor. Pentru prezentarea matematicii și rezolvarea mai ușoară a unor exerciții, au fost create diferite programe, printre care se află și GeoGebra.

GeoGebra este un software inteligent și interactiv ce ajută la înțelegerea, învățarea și predarea matematicii într-o manieră nouă, tehnologică și mult mai uşoară. Aplicația a fost creată în anul 2001 de către Markus Hohenwarter și este gândită pentru studierea geometriei, algebrei, statisticilor și calculelor de orice tip.

GeoGebra este un program ușor de instalat și de folosit de către orice doritor în studierea matematicii și este scris în limbajul de programare Java. Este bine structurat, dispunând de o bară de instrumente simplă și intuitivă. Sistemele de operare compatibile cu acest program sunt: Windows – Windows 98 / Windows 2000 / Windows XP / Windows Vista/ Windows 7, 8, 10 - Mac și Linux.

Programul este foarte util atât pentru elevi, căci le creează o nouă perspectivă a matematicii, câteodată și o imagine în spațiu a diferitelor figuri, cât și pentru profesori în predarea mai plăcută și atractivă a matematicii, reuşind astfel să le arate elevilor mai rapid și ușor demonstrațiile geometrice. El permite construirea cu ajutorul punctelor, vectorilor, segmentelor, liniilor, secțiunilor conice și a funcțiilor, elementele fiind puse şi modificate foarte ușor de către utilizatori.

Acest software are capacitatea de a folosi variabile pentru numere, vectori și puncte, de a găsi derivate și integrale de funcții și are o complexă gamă de comenzi.

De asemenea, se poate utiliza și pentru examinarea punctelor critice, precum maximul și minimul pe curba graficului unei funcții.

Există numeroase instrumente disponibile în GeoGebra ce folosesc la:

- rotirea unui obiect în jurul unui punct
- trasarea segmentelor
- trasarea vectorilor
- construirea polinoamelor
- construirea diverselor cercuri, arcuri, sectoare de cerc și unghiuri
- adăugarea de imagini și texte

- mărirea şi micşorarea obiectelor

Cu alte cuvinte, GeoGebra este programul potrivit în folosirea didactică cu scopul înțelegerii mai ușoare a matematicii de către elevi, principalele sale caracteristici fiind:

- geometria, algebra și foaia de calcul ce sunt conectate dinamic;
- interfața simplă și intuitivă;
- instrumente ușor de folosit;
- grafica interactivă;
- suport în diferite limbi;
- util și ușor de folosit pentru orice nivel şcolar;

3.1 Paralela la o dreaptă printr-un punct exterior

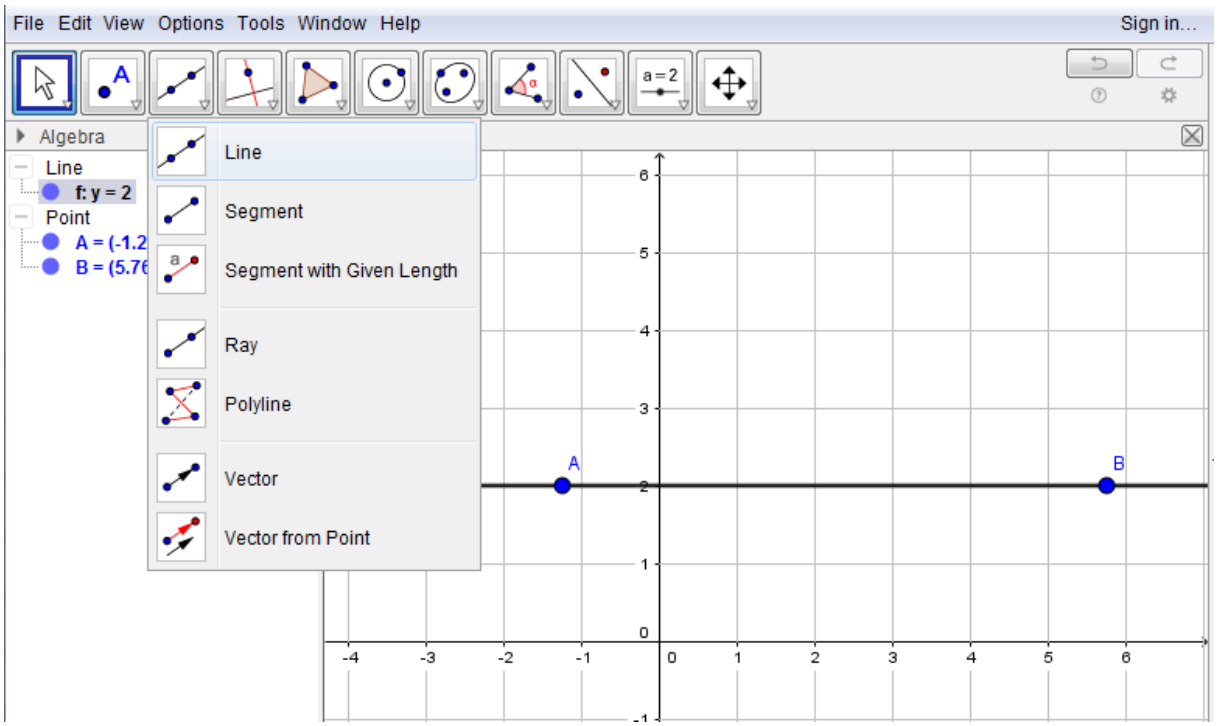
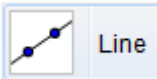


Figura 23

1. Selectăm controlul pentru linii iar apoi opţiunea Line 

. Se generează automat dreapta ***f*** determinată de cele două puncte A şi B.

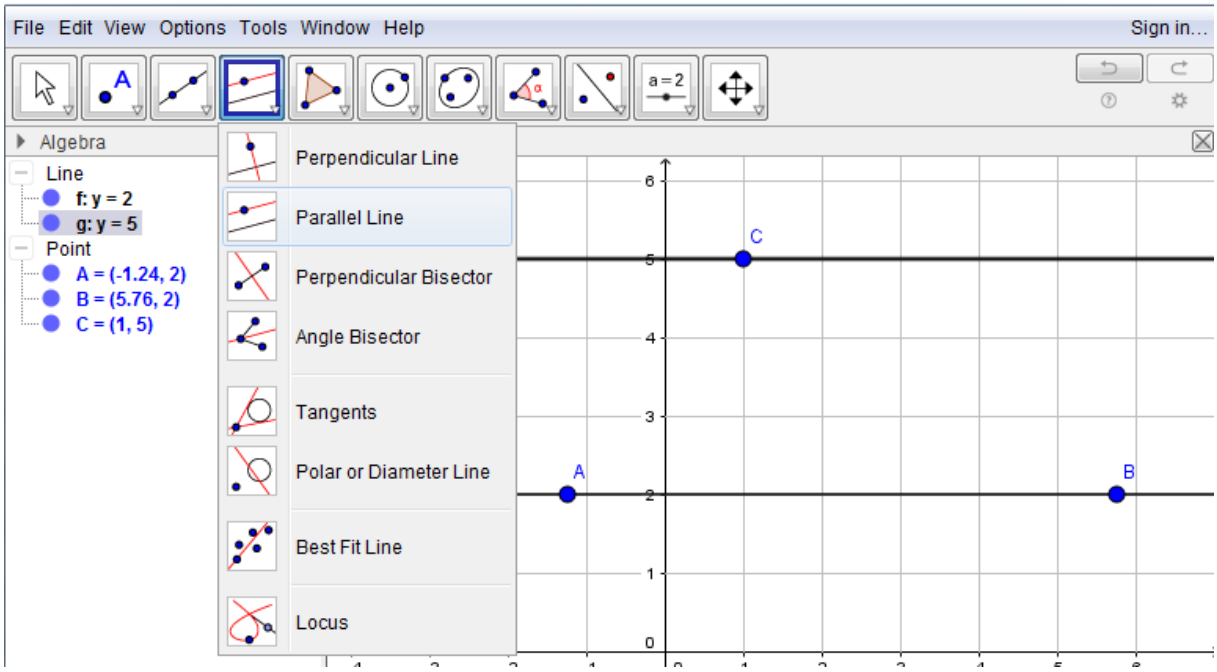
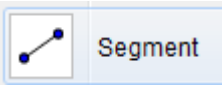


Figura 24

2. Selectăm opţiunea Parallel Line

şi apoi stabilim un punct exterior dreptei C şi selectăm dreapta AB. În acest moment se generează automat paralela ***g*** dusă prin punctul C la dreapta AB

3.2 Mediatoarea unui segment

1. Selectăm opţiunea Segment 

pentru a construi un segment [AB]

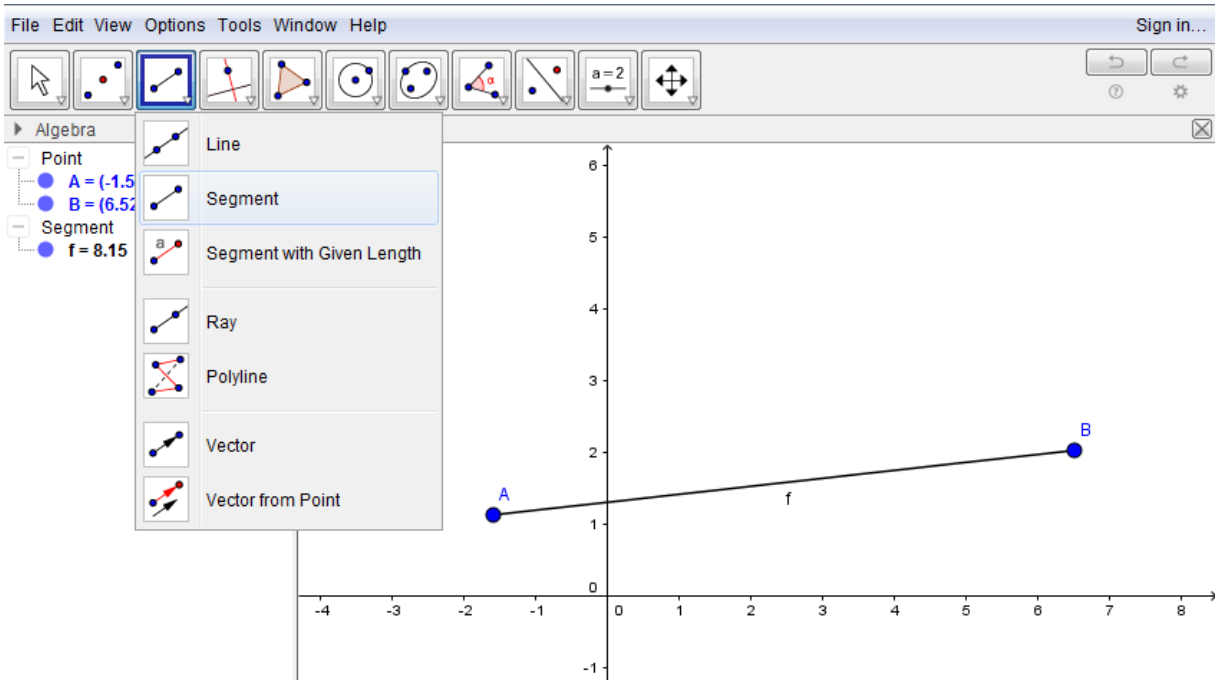
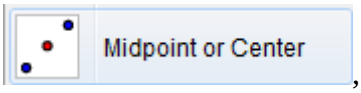


Figura 25

2. Selectăm din modulul corespunzător punctelor opţiunea Middpoint or Center 

, iar apoi selectăm segmentul [AB]. În acest moment se va construi automat punctul C, repezentând mijlocul segmentului [AB]

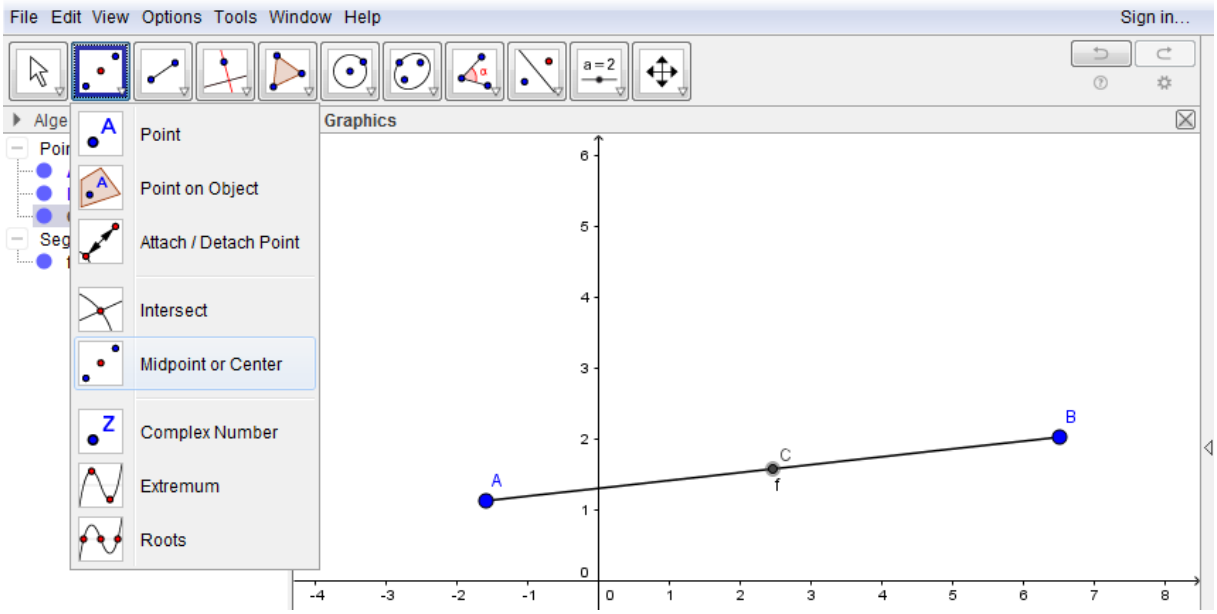
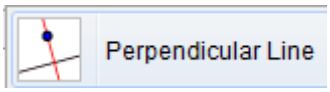


Figura 26

3. Pentru construcţia perpendicularei în punctul C pe [AB] vom selecta opţiunea Perpendicular Line 

. Apoi selectând succesiv punctul C respectiv segmentul [AB], se va genera automat mediatoarea ***g*** a segmentului [AB]

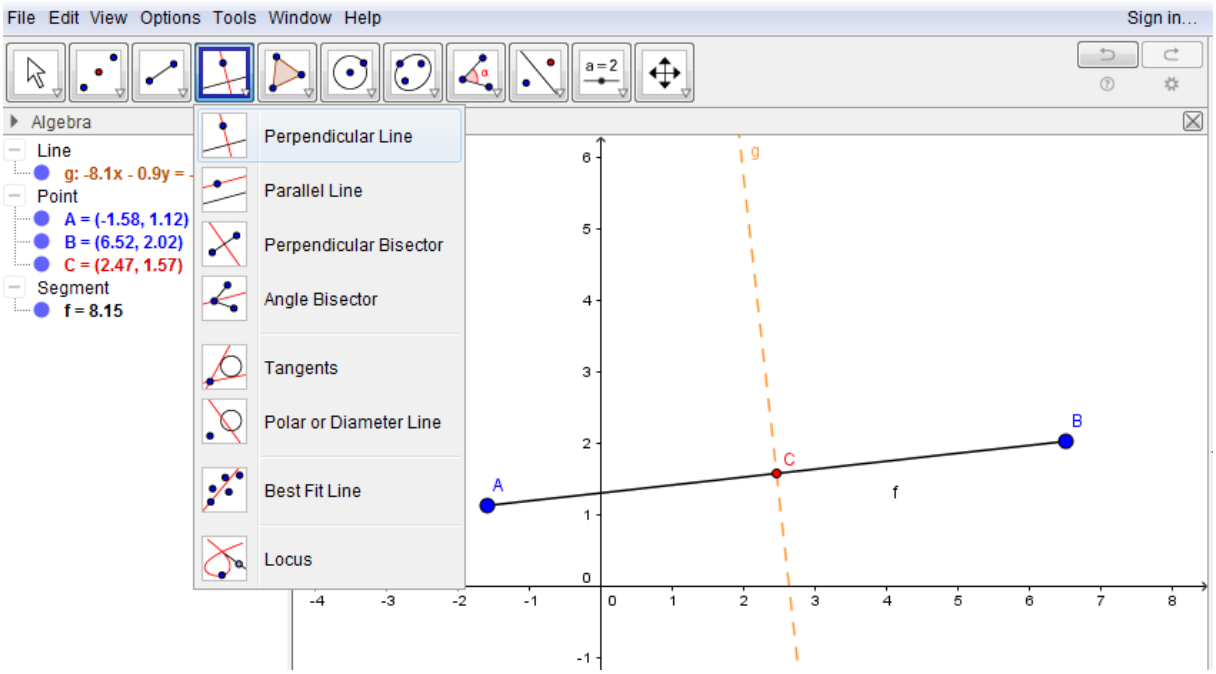


Figura 27

3.3 Bisectoarea unui unghi dat

1. Fie ∢BAC unghiul dat. Folosind opţiunea Line construim două drepte concurente în punctul A şi astfel obţinem unghiul ∢BAC.

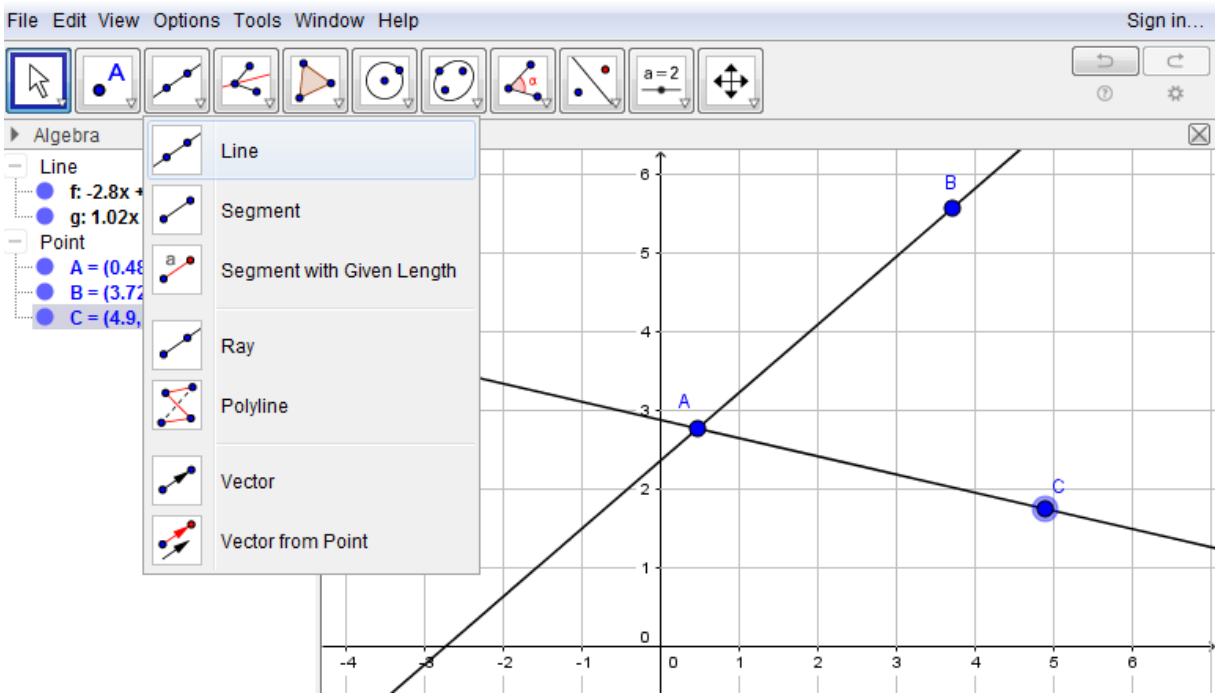
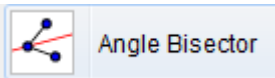


Figura 28

2. Pentru construcţia bisectoarei unghiului BAC vom selecta 

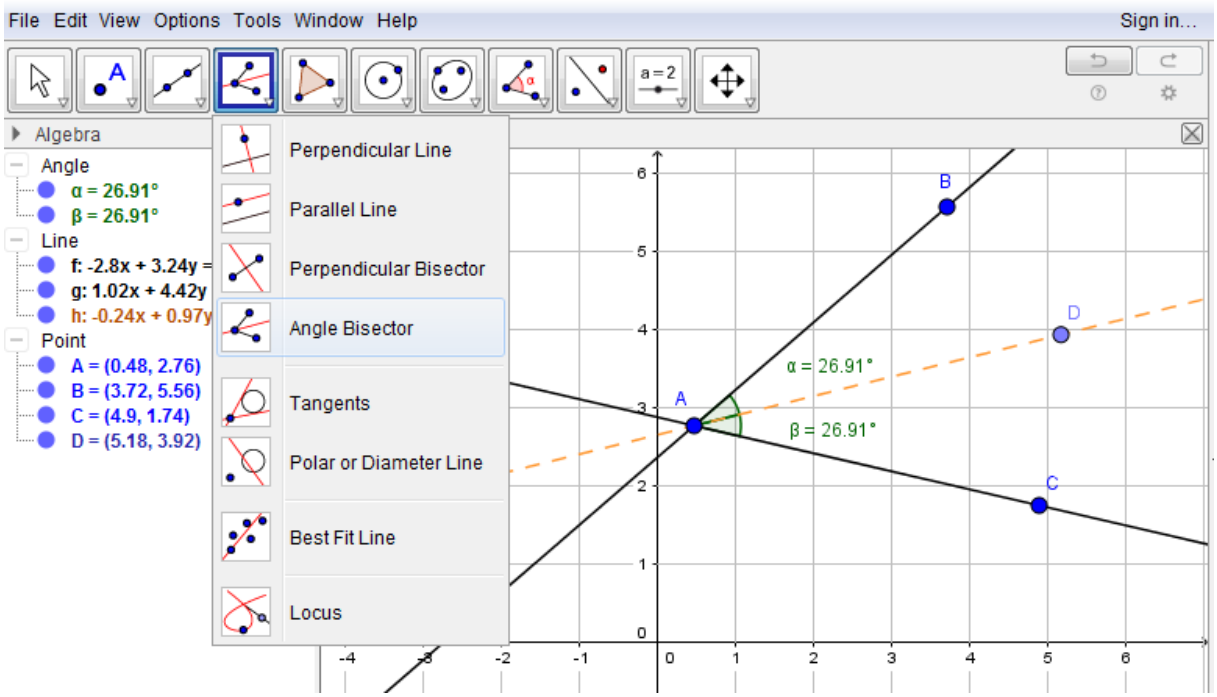


Figura 29

opţiunea *Angle Bisector*, iar apoi succesiv punctele C, A, B, astfel se va genera bisectoarea AD corespunzătoare unghiului ∢BAC.

3.4 Construcţia triunghiurilor

Enunţ: Să se construiască triunghiul ABC atunci când se cunosc dimensiunile laturilor. Lungimile laturilor le considerăm variabile.

- Stabilim 3 variabile a, b, c cu valori între 0 şi 20. Folosim astfel controlul cursor

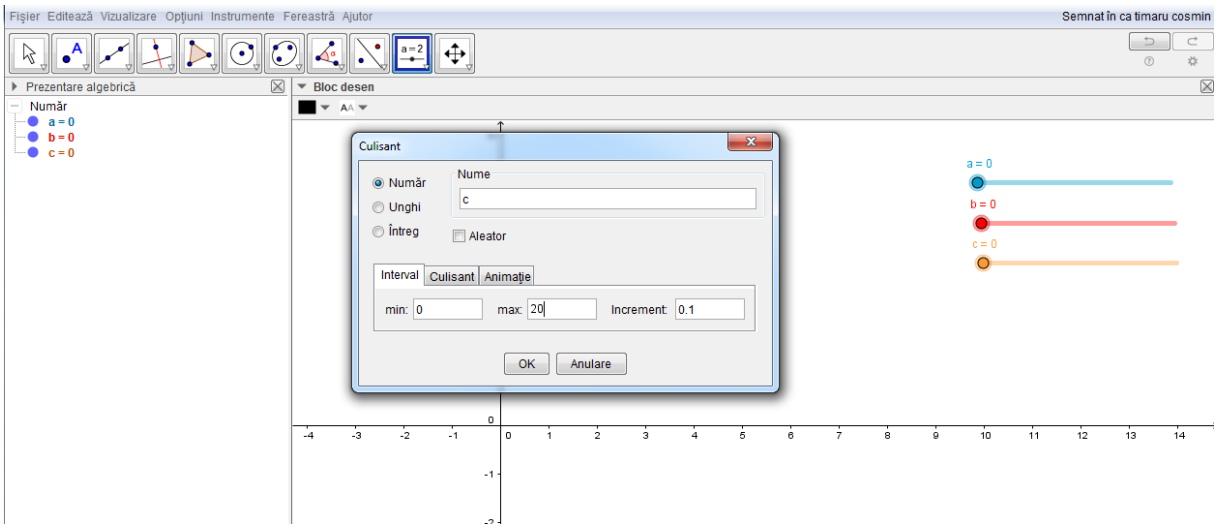


Figura 30

- Construim un segment AB cu dimensiunea *a*

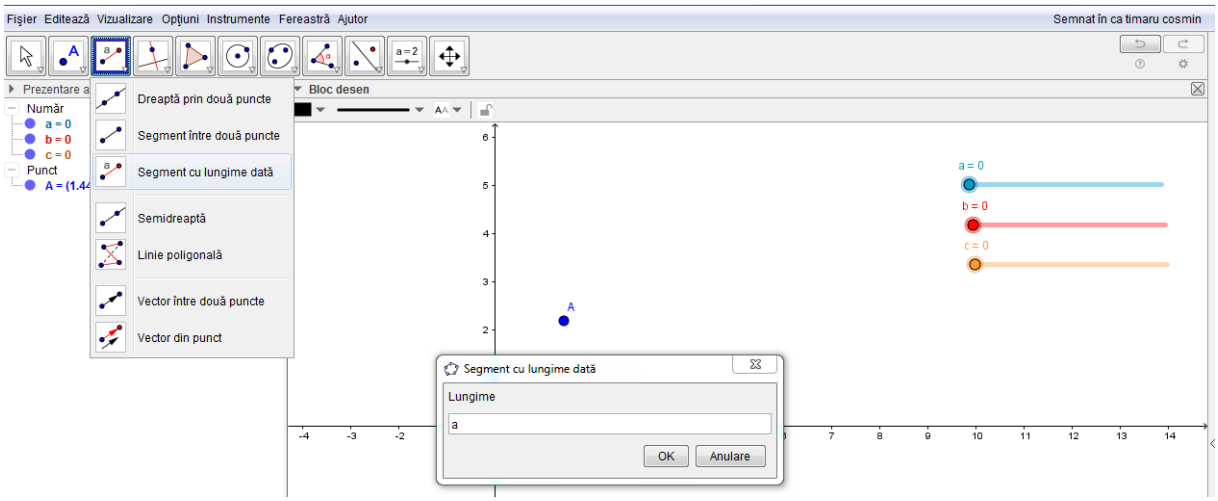


Figura 31

- Construim cercul C1(A,b), *(Figura 32)* folosind opţiunea de construcţie a cercului având un punct şi dimensiunea razei. Analog construim cercul C2(B, c)

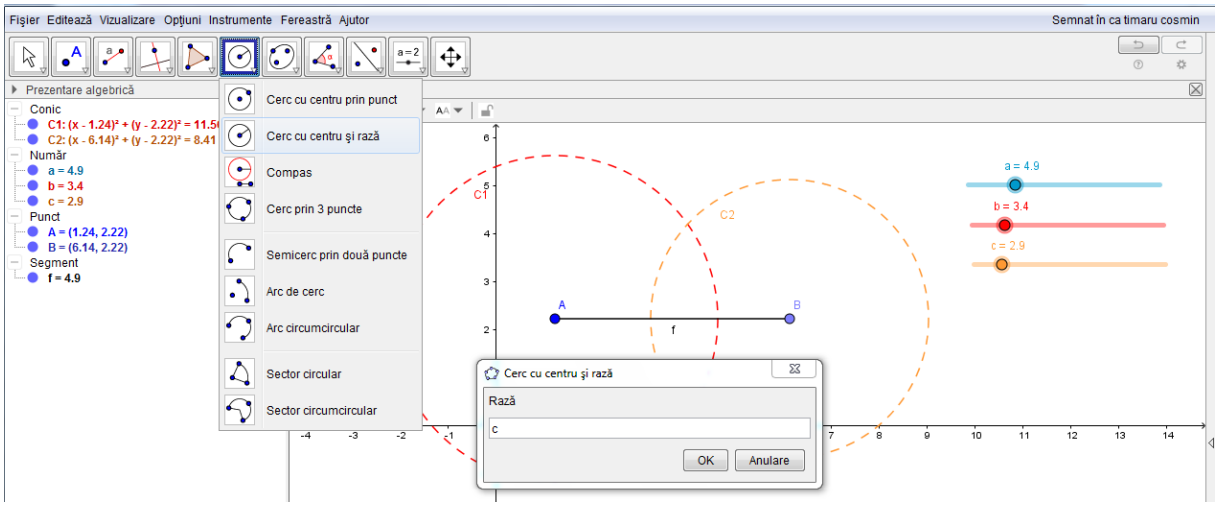


Figura 32

- Prin intersecţia cercurilor obţinem punctele C şi D, folosind controlul polygon, desenăm triunghiul ABC selectând succesiv punctele A, B respectiv C

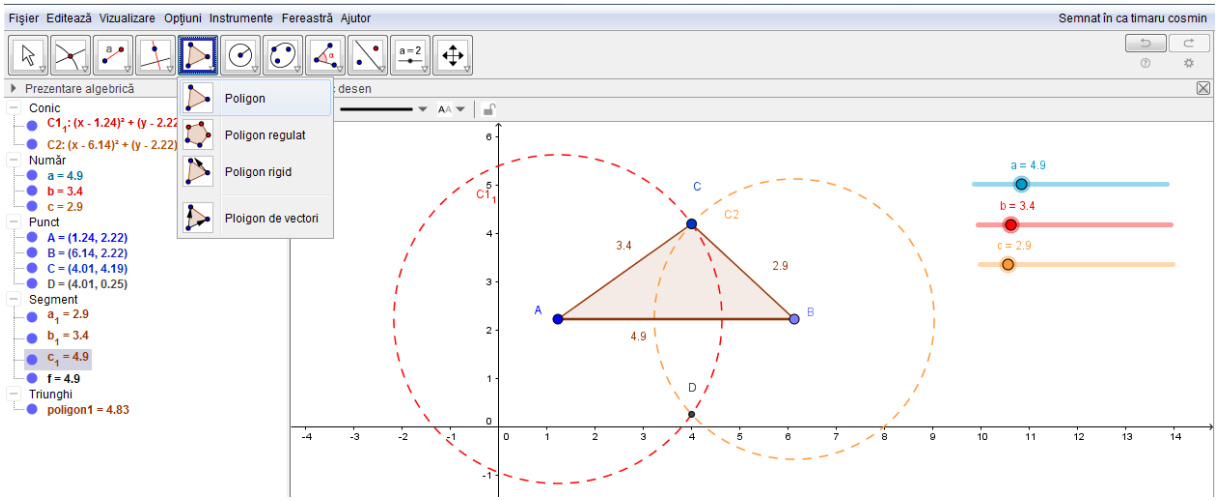


Figura 33

- Glisând variabilele a, b şi c corespunzătoare dimensiunilor laturilor verificăm dacă am construit corect triunghiul

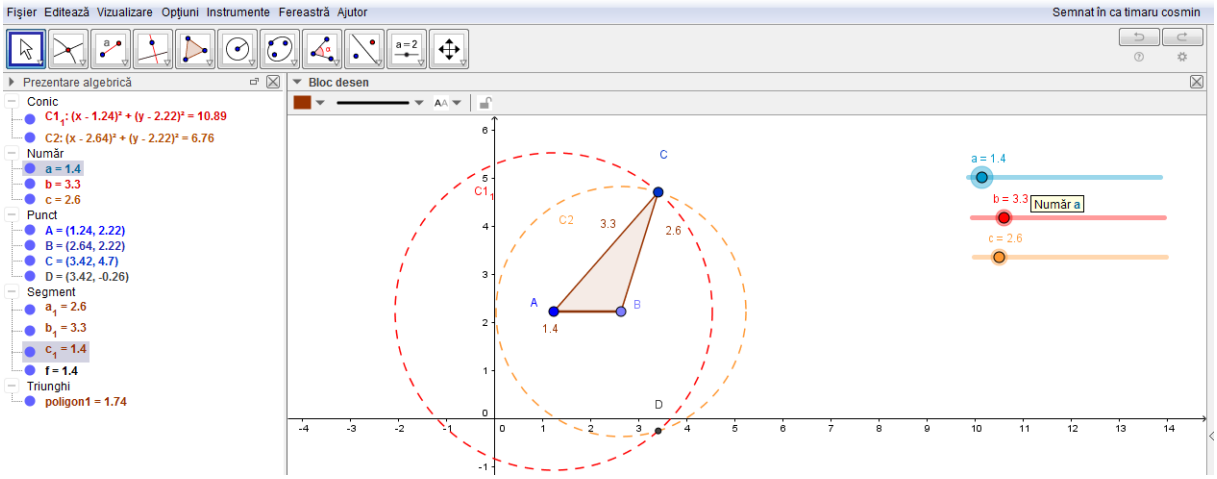


Figura 34

Enunţ: În triunghiul dreptunghic ABC, ipotenuza BC este fixă, iar punctul A este variabil. Fie D simetricul punctului B faţă de punctul A, O mijlocul segmentului [BC] şi G punctul de intersecţie dintre AC şi OD. Determinaţi locul geometric al punctului G. (*problema 3 din capitolul II*)

Soluţie: (Problema 3, rezolvată în capitolul II.)

Observaţie: Prin intermediul programului *Geogebra* locul gemetric al punctului G se intuieşte foarte rapid, desigur folosind raţionamentul geometric.

Aşadar triunghiul fiind dreptunghic este inscriptibil, cu diametrul BC. Vom construi cercul C1(O,OB) cu diametrul BC. Vom selecta butonul de construcţie a cercului de *centru prin punctul O*. Alegem punctul A pe cerc cu opţiunea *point on object sau punct pe obiect*, iar apoi ducem o dreaptă prin centrul cercului. Intersecţia dreptei cu cercul determină punctele B respectiv C. Folosind controlul poligon construim triunghiul ABC. *(Figura 35)*

Pentru stabilirea simetricului punctului B faţă de A, folosim controlul *reflectare după un punct*, iar apoi selectăm succesiv punctele B respectiv A. Vom obţine aşadar punctul D. *(Figura 35)*

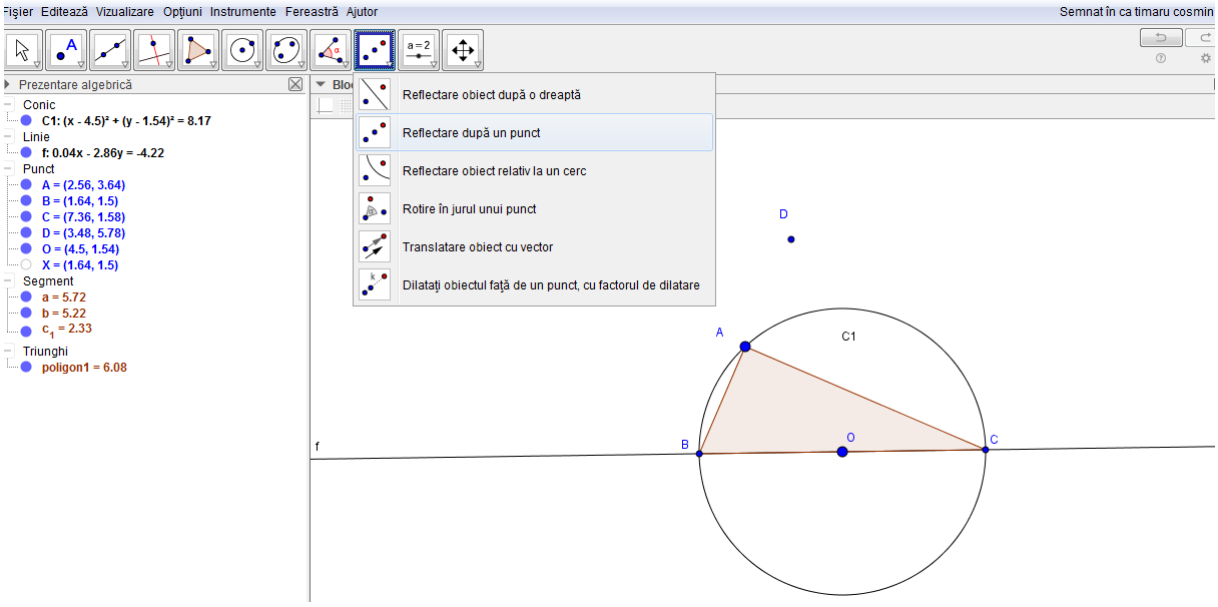


Figura 35

Construim segmentul OD, şi determinăm punctul G de intersecţie a OD cu AC folosind controlul de intersecţie.

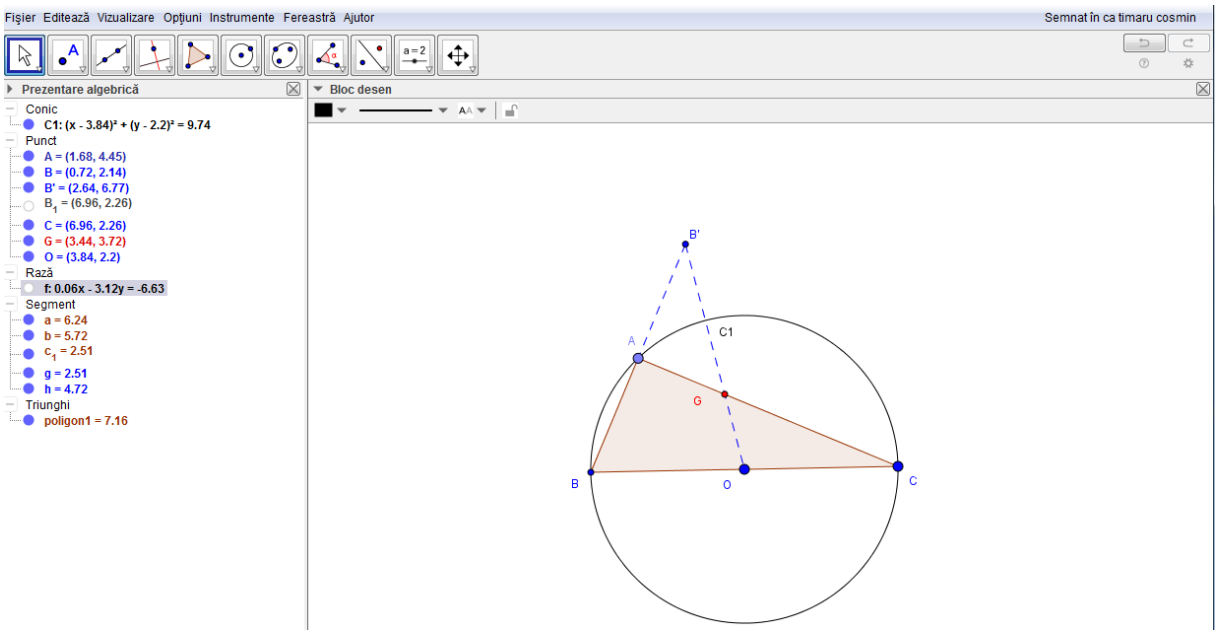


Figura 36

În etapa următoare selectăm punctul G, acţionăm butonul din dreapta al mouse-ului şi alegem opţiunea *trace* sau *urmă*, iar apoi stabilim o animaţie punctului A, prin click dreapta şi selectare opţiune *animaţie pornită* sau *animation on. (Figura 37)* În acest moment se va

dezvolta o mişcare a punctului A în sens trigonometric pe cercul C_1, iar punctul G va lăsa o urmă care va dezvolta cercul C_2, adică locul geometric al acestuia. (*Figura 38)*

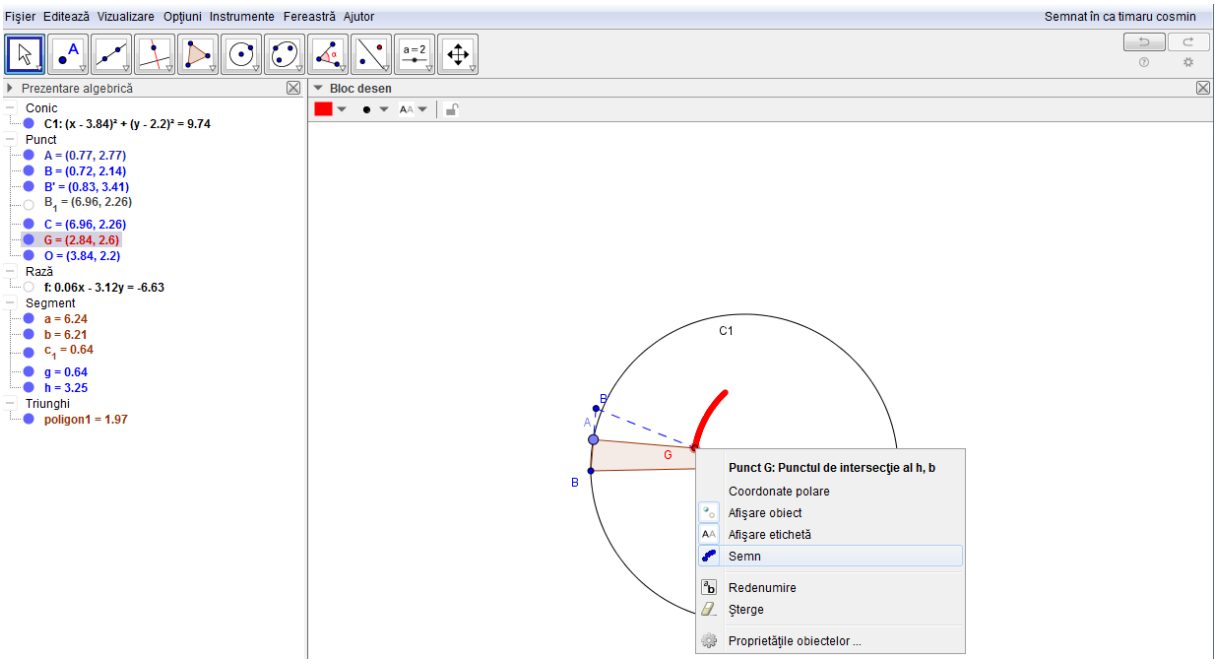


Figura 37

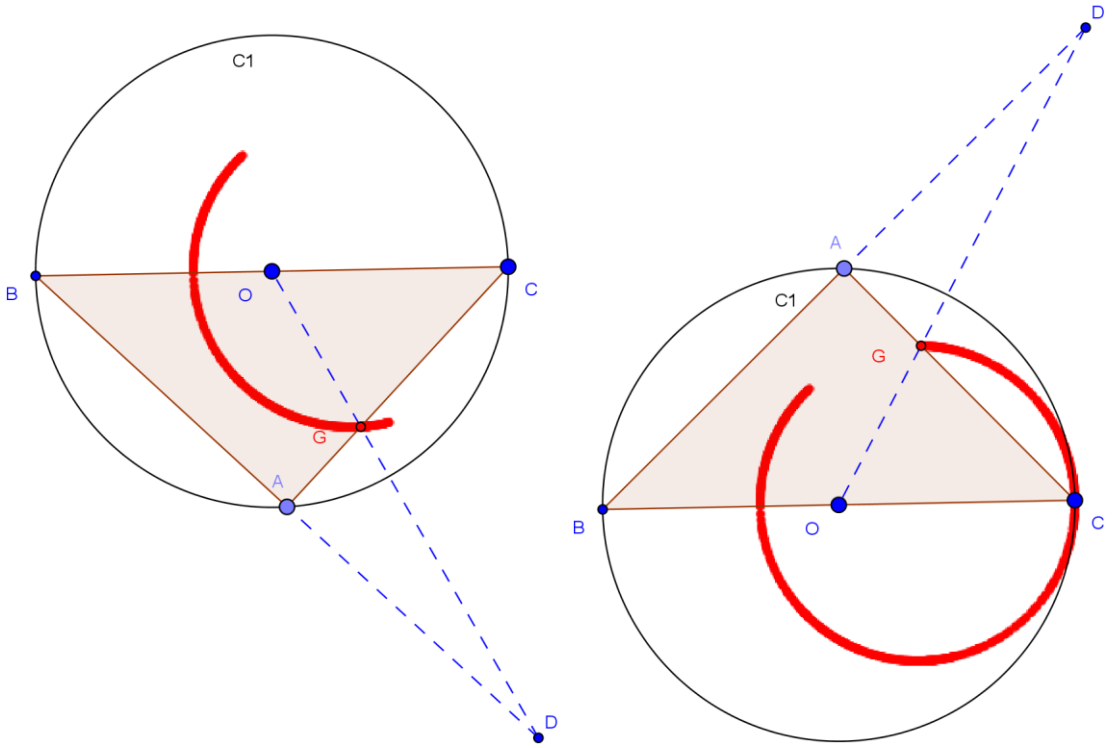


Figura 38